

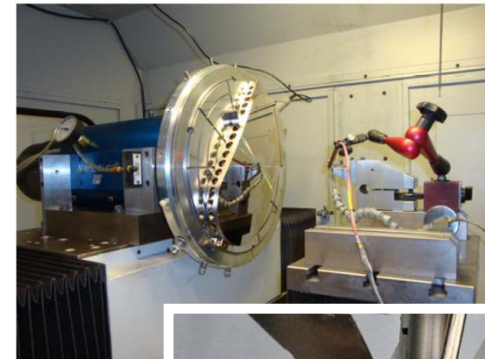
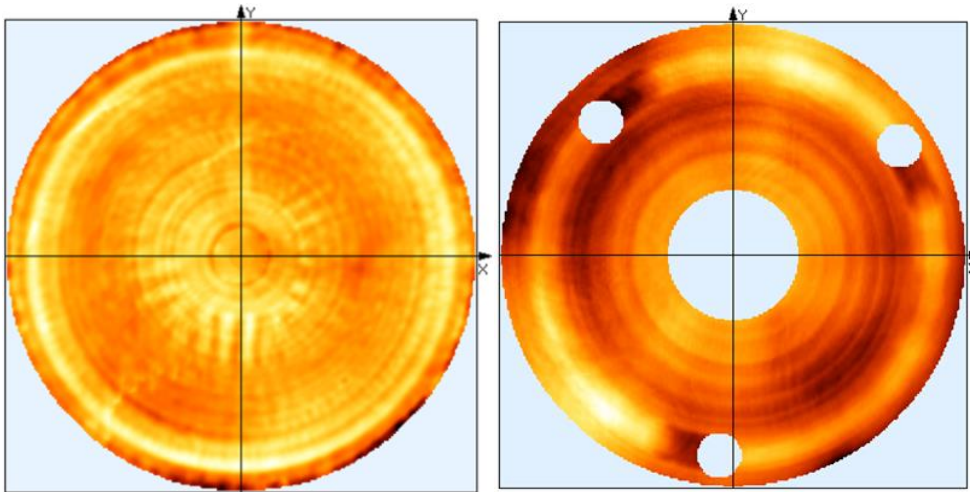
# Description et Tolérancement des Surfaces Asphériques

Influence des défauts de forme sur la FTM

/ 13-12-2017 /

# PROBLÉMATIQUE

- Les surfaces asphériques sont souvent réalisées par usinage ponctuel (CNC, SPDT) suivi éventuellement d'une retouche locale par MRF ou USion
- Contrairement aux méthodes traditionnelles (polissoirs  $\pm$  pleine taille), ces méthodes introduisent potentiellement des défauts à fort contenu en hautes fréquences spatiales (HF)
- L'objet de cette présentation est d'évaluer la sensibilité des performances (FTM) au contenu fréquentiel de la WFE



**/01/**

# Descriptions d'un profil asphérique

# DESCRIPTION PAR UNE SÉRIE DE PUISSANCES DE 'ρ'

## → C'est le développement classique en puissances de ρ

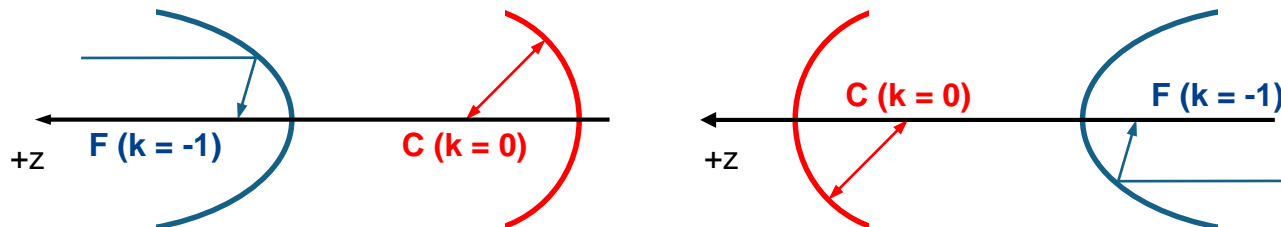
- La méridienne est de révolution. Son expression est la suivante, avec  $c = 1/R$

- $$z(\rho) = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2\rho^2}} + A\rho^4 + B\rho^6 + C\rho^8 + \dots$$

- La surface est assimilée à une surface conique (?) faiblement déformée,
  - Historiquement, les asphériques étaient obtenues par déformation progressive d'une surface sphérique

## → La constante de conicité k est un nombre sans dimension

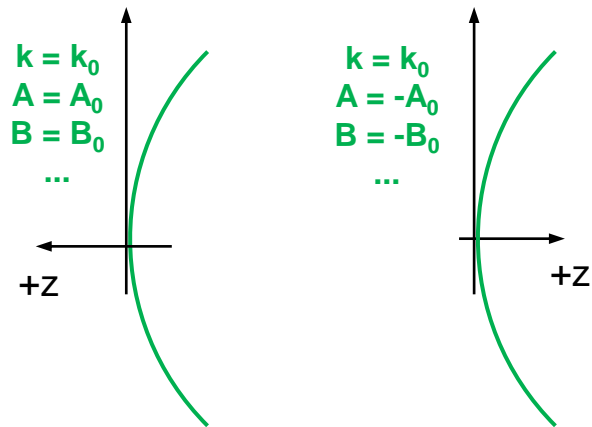
- Elle est indépendante de l'orientation du repère
- C'est une caractéristique intrinsèque de la surface :
  - Pour tous les cercles  $k = 0$ , pour toutes les paraboles  $k = -1$ , etc.



# DESCRIPTION PAR UNE SÉRIE DE PUISSANCES DE 'ρ'

## → La situation est différente pour les autres termes du développement (A, B,...)

- ils sont homogènes à des  $L^{-3}$ ,  $L^{-4}$ , ... et dépendent de l'orientation du repère par rapport à l'axe de la surface : pour une méridienne donnée, les signes de A, B, etc. dépendent du sens de l'axe z



## → En conséquence, il est fortement recommandé de faire figurer sur le plan de fabrication, en clair

- La flèche en quelques points
- Le repère de la surface

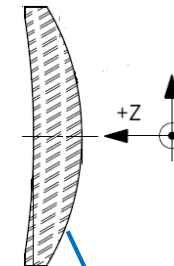
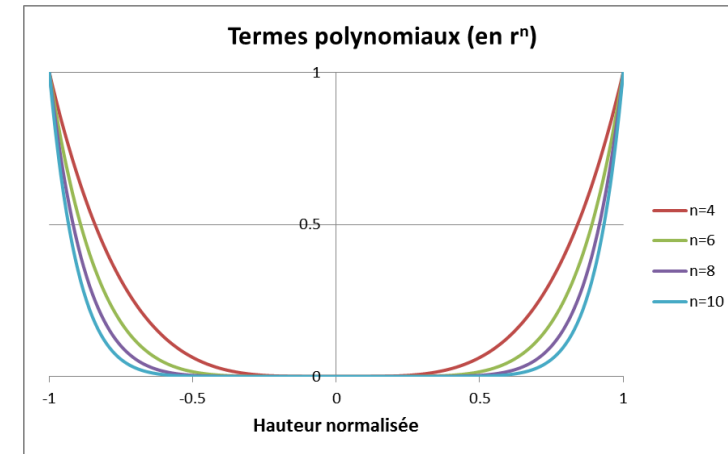


TABLEAU DES FLECHES SAGITTAL TABLE			
Y (mm)	Profil asphérique Z (mm) Aspherical profile Z	Profil meilleure sphère (mm) Better sphere profile R=-20,11527	Ecart asphérique/ meilleure sphère (mm) Distance aspheric / better sphere
0,000	0,00000	0,00000	0,00000
1,100	-0,02788	-0,03010	-0,00222
2,200	-0,11204	-0,12067	-0,00863
3,300	-0,25417	-0,27254	-0,01836
4,400	-0,45741	-0,48712	-0,02971
5,500	-0,72660	-0,76652	-0,03992
6,600	-1,06820	-1,11358	-0,04539
7,700	-1,48958	-1,53210	-0,04252
8,800	-1,99717	-2,02704	-0,02987
9,900	-2,59341	-2,60487	-0,01146
11,000	-3,27413	-3,27413	0,00000

# COMMENTAIRES SUR LA DESCRIPTION EN PUISSANCES DE 'ρ'

- Les termes en  $\rho^n$  divergent très vite aux bords et sont peu efficaces en surface
- Les fortes pentes aux bords ont tendance à induire des tolérances de centrage très sévères
  - Il est très déconseillé de placer 2 asphériques à proximité l'une de l'autre (risque de « compétition » entre sags)
- Les coefficients d'asphérisation varient dans une très grande dynamique ( $\sim$  de  $10^{-3}$  à  $10^{-30}$ ), ce qui est néfaste à la précision numérique des calculs (data mal conditionné)
- Des jeux de coefficients très différents peuvent correspondre à des flèche quasiment identiques (au nm près), ce qui rend instable l'algorithme d'optimisation



# DESCRIPTION D'UNE SURFACE PAR LES POLYNÔMES DE ZERNIKE

## → Développés par Fritz Zernike pour sa théorie de la formation d'images en présence d'aberrations

- Orthogonaux sur un cercle de rayon 1 :  $\iint Z_i(\rho, \theta) \cdot Z_j(\rho, \theta) \rho d\rho \cdot d\theta \propto \delta_{ij}$
- Egaux à 1 sur le cercle :  $Z_i(1, \theta) = 1$

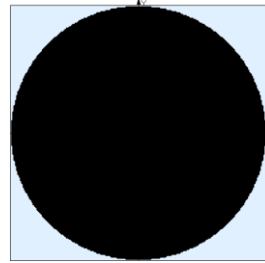
## → Pour toute surface $S(\rho, \theta)$ , on peut écrire $S(\rho, \theta) = \sum_i a_i \cdot Z_i(\rho, \theta)$

- Les  $Z_i(\rho, \theta)$  formant une base orthogonale, les coefficients  $a_i$  sont obtenus simplement par projection sur cette base :
  - $a_i = \iint S(\rho, \theta) \cdot Z_j(\rho, \theta) \rho d\rho$
- Les coefficients  $a_i$  sont déterminés de façon univoque : ils ne dépendent pas de la dimension de l'espace de polynômes utilisés

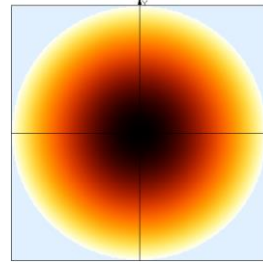
## → Les polynômes de Zernike sont populaires parmi les Opticiens parce qu'on peut les associer aux aberrations primaires classiques (Seidel)

# DESCRIPTION PAR LES POLYNÔMES DE ZERNIKE

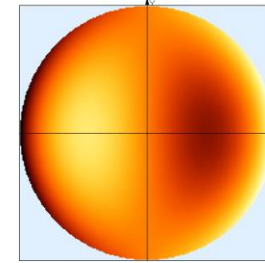
On reconnaît les termes de tilt, de focus, d'astigmatisme à 0° et 45°, les comas en X et Y, l'aberration sphérique d'ordre 3, les trefoils, etc...



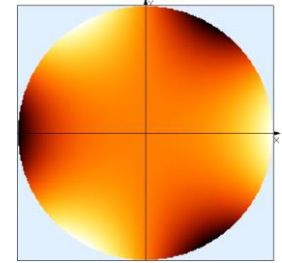
$$Z_1(\rho, \theta) = 1$$



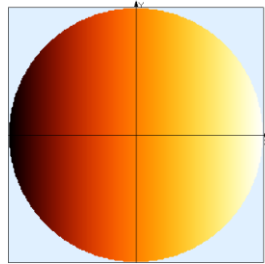
$$Z_4(\rho, \theta) = 2\rho^2 - 1$$



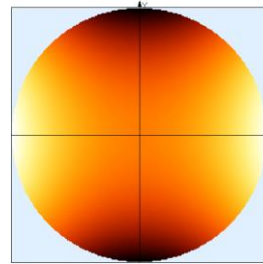
$$Z_7(\rho, \theta) = (3\rho^3 - \rho)\cos(\theta)$$



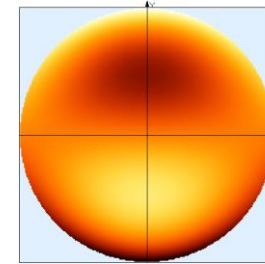
$$Z_{10}(\rho, \theta) = \rho^3\cos(3\theta)$$



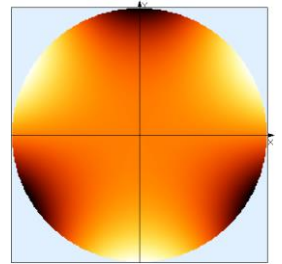
$$Z_2(\rho, \theta) = \rho\cos(\theta)$$



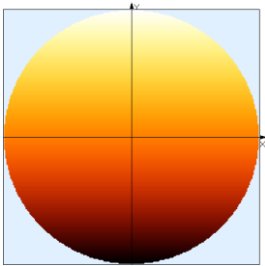
$$Z_5(\rho, \theta) = \rho^2\cos(2\theta)$$



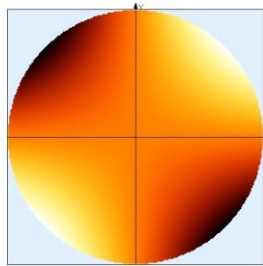
$$Z_8(\rho, \theta) = (3\rho^3 - \rho)\sin(\theta)$$



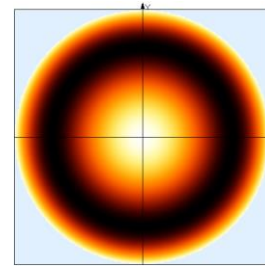
$$Z_{11}(\rho, \theta) = \rho^3\sin(3\theta)$$



$$Z_3(\rho, \theta) = \rho\sin(\theta)$$



$$Z_6(\rho, \theta) = \rho^2\sin(2\theta)$$



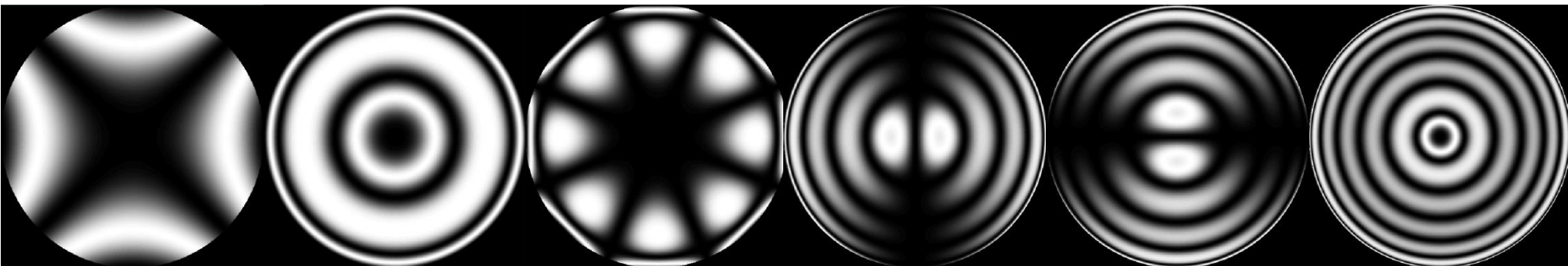
$$Z_9(\rho, \theta) = (6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$$

Etc...



# EXEMPLE DE DÉCOMPOSITION D'UNE SURFACE QUELCONQUE EN POLYNÔMES DE ZERNIKE

→ A la condition des présenter des pentes locales relativement limitées, une surface donnée peut être décrite précisément par un petit nombre de coefficients



$1 * Z_5$

$0.5 * Z_9$

$-1 * Z_{28}$

$1 * Z_{34}$

$0.5 * Z_{35}$

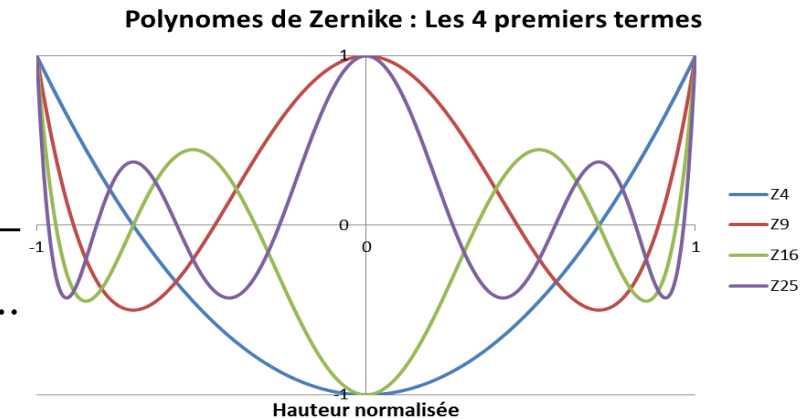
$1 * Z_{37}$

# CARACTÉRISTIQUES D'UNE DESCRIPTION EN POLYNÔMES DE ZERNIKE

- Les contributions sont mieux réparties sur la surface et moins caractérielles aux bords
- L'écart RMS se déduit facilement du développement en coefficients  $a_i$  (conséquence de l'orthogonalité)

$$ASP(\rho, \theta) = \sum_{i=4}^{66} a_i \cdot Z_i(\rho, \theta)$$

$$WFE(\rho, \theta) = \sqrt{\frac{a_4^2}{3} + \frac{a_5^2 + a_6^2}{6} + \frac{a_7^2 + a_8^2}{8} + \frac{a_9^2}{5} + \frac{a_{10}^2}{8} + \dots}$$



- Les data sont bien conditionnés : seulement quelques ordres de grandeur parmi les paramètres décrivant le système ( $R_i$ ,  $e_i$ ,  $n_i$ , etc.) et les  $a_i$

# DESCRIPTION PAR LES POLYNÔMES DE FORBES

→ Greg Forbes (QED Technologies) a développé 2 suites de polynômes orthogonaux aux propriétés remarquables

- Les « Strong Asphères »

$$z(\rho) = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa)c^2\rho^2}} + u^4 \sum_{m=0}^M s_m Q_m^{\text{con}}(u^2)$$

- Comme pour les Zernike, la déformation RMS a une expression analytique simple

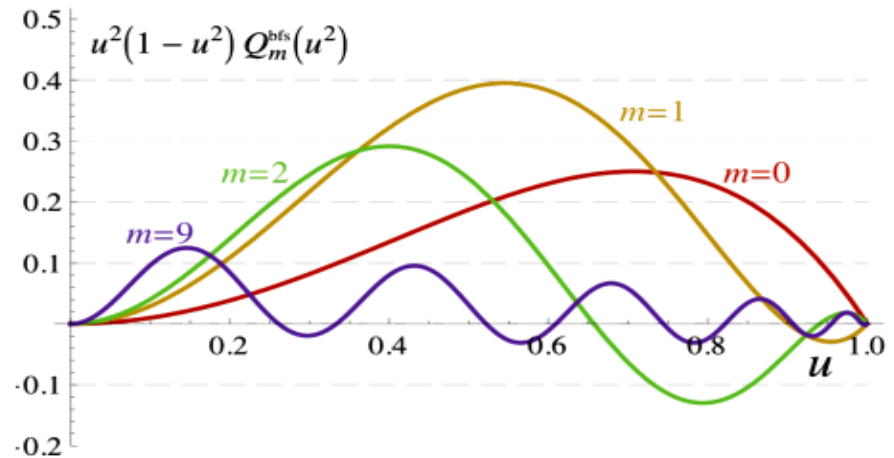
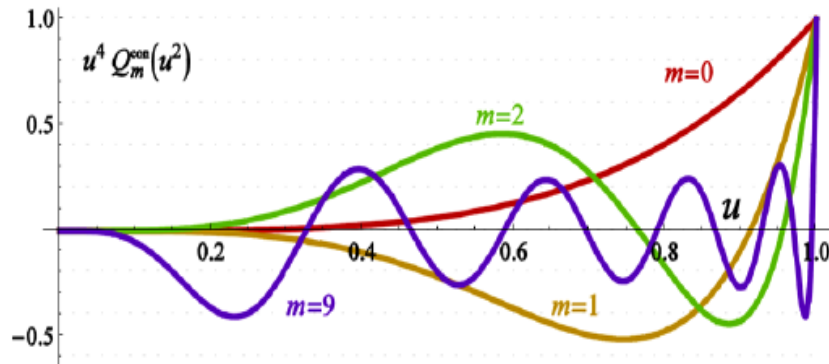
$$\frac{1}{\rho_{\text{max}}^2} \sum_{m=0}^M \frac{s_m^2}{2m + 5}$$

- Les « Mild Asphères »

$$z(\rho) = \frac{c_{\text{bfs}}\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c_{\text{bfs}}^2\rho^2}} + \frac{u^2(1 - u^2)}{\sqrt{1 - c_{\text{bfs}}^2\rho_{\text{max}}^2 u^2}} \sum_{m=0}^M a_m Q_m^{\text{bfs}}(u^2)$$

- La pente RMS a une expression analytique, utilisable dans la fonction de mérite pour désensibiliser les tolérances de centrage

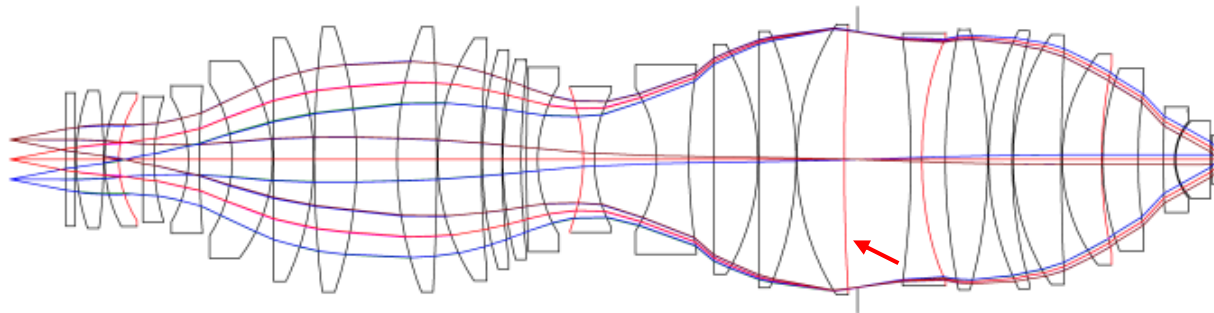
$$\frac{1}{\rho_{\text{max}}^2} \sum_{m=0}^M a_m^2$$



# EXEMPLE D'UNE CONVERSION D'UNE EXPRESSION CLASSIQUE EN POLYNÔMES DE FORBES

## → Soit une surface asphérique dans un objectif de lithographie

- On part d'une description selon le formalisme « classique » (A, B, ...), qu'on convertit selon les 2 types de polynômes de Forbes
  - on vérifie qu'on est bien à iso performances
- Les coefficients sont bien mieux conditionnés en Forbes que dans la description classique en puissance de «  $\rho$  » : on passe de  $10^{-26}$  à  $10^{-3}$



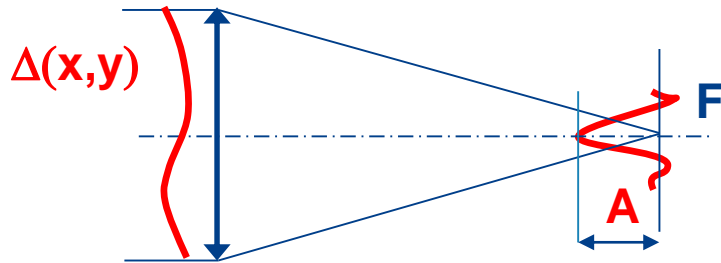
Rayons de courbure	3000mm		3000mm		2334mm	
<b>Coefficients d'asphérisation (écart = 245µm)</b>	<b>Coefficients asphériques traditionnels</b>		<b>Forbes Strong coefficients (mm)</b>		<b>Forbes Mild coefficients (mm)</b>	
	A <sub>4</sub>	2.70644E-09	s <sub>0</sub>	0.9020	a <sub>0</sub>	-0.81558
	A <sub>6</sub>	-3.74561E-15	s <sub>1</sub>	-0.0141	a <sub>1</sub>	-0.03338
	A <sub>8</sub>	-3.22420E-19	s <sub>2</sub>	-0.0014	a <sub>2</sub>	0.00374
	A <sub>10</sub>	-4.09690E-26	s <sub>3</sub>	-7.9027E-07	a <sub>3</sub>	-7.4679E-07

**/03/**

## Rappel : Formation d'image dans le cas de faibles aberrations

# FORMATION D'IMAGES DANS LE CAS DE FAIBLES ABERRATIONS

- L'amplitude de la tache de diffraction sur l'axe est égale à l'intégrale de l'amplitude dans la pupille (Principe de Huygens-Fresnel)



$$A = \iint e^{\frac{2\pi i}{\lambda} \cdot \Delta(x,y)} dx dy$$

- Dans le cas de faibles aberrations, on peut faire un développement limité de l'exponentielle

$$A = \iint e^{\frac{2\pi i}{\lambda} \cdot \Delta(x,y)} dx dy \cong 1 + \frac{2\pi i}{\lambda} \cdot \iint \Delta dx dy - \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot \iint \Delta^2 dx dy + \dots$$

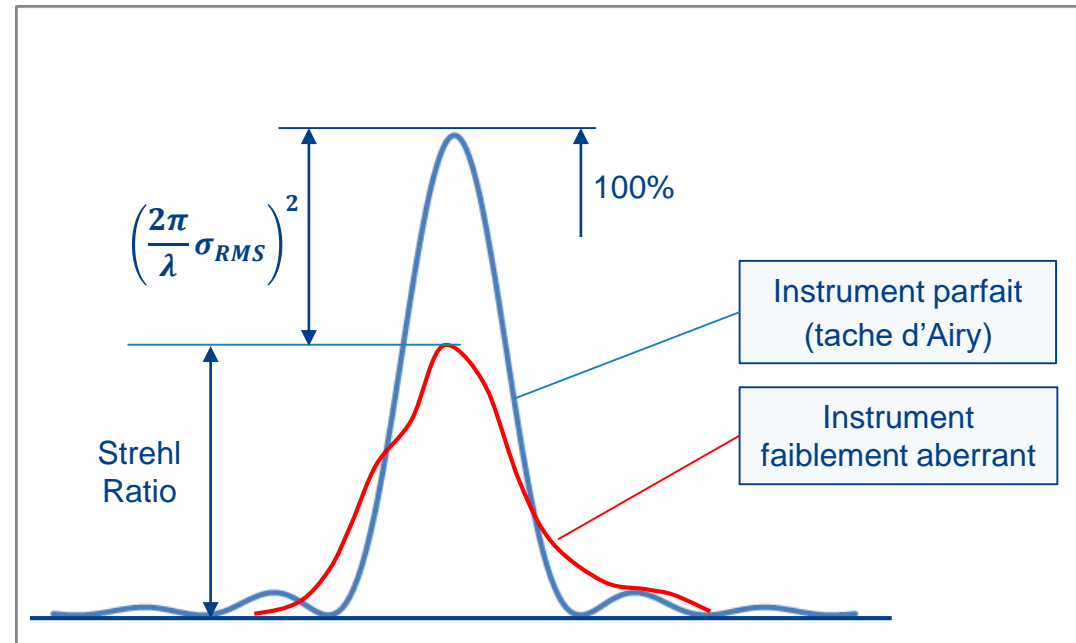
$$E = AA^* \simeq 1 - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_{RMS} \right)^2$$

# FORMATION D'IMAGES DANS LE CAS DE FAIBLES ABERRATIONS

→ Dans la limite des faibles aberrations, le Strehl Ratio ne dépend que de l'écart aberrant RMS

- Il est donné explicitement par CODE V dans l'option WAV :

BEST INDIVIDUAL FOCUS		
FOCUS (MM.)	RMS (WAVES)	STREHL
0.000000	0.1302	0.512



→ Le critère  $SR > 80\%$  correspond au Critère de Maréchal

- C'est la généralisation à une WFE quelconque du critère de Rayleigh ( $\Delta < \lambda/4$  - PV), analytiquement démontré par lui dans le cas particulier de l'aberration sphérique

$$\sigma_{RMS} < \frac{\lambda}{14}$$

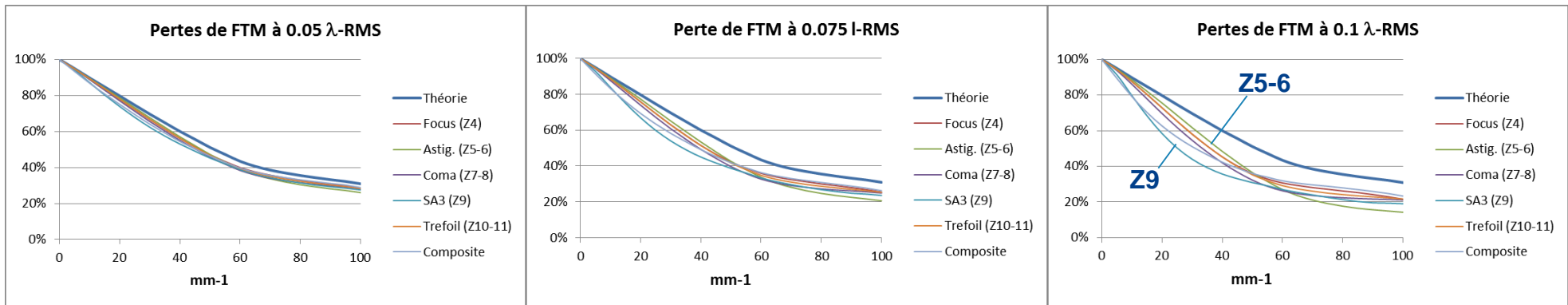
**/03/**

# Limite de validité du Critère de Maréchal



# LIMITE DE VALIDITÉ DU CRITÈRE DE MARÉCHAL

→ On veut vérifier la dépendance des pertes de FTM au type d'aberration : clairement, les comportements de Z9 vs. Z5/Z6 commencent à diverger sérieusement à partir d'environ  $0.1 \lambda$ -RMS



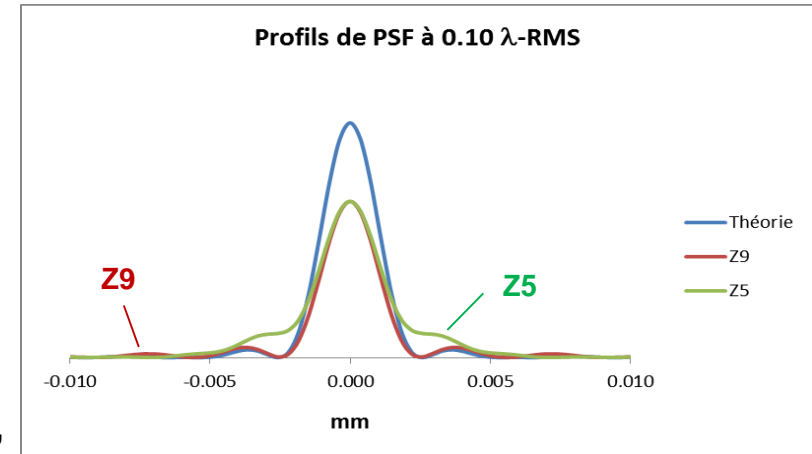
**Nota pour les utilisateurs de CODE V :** Compte tenu des hypothèses de TOR(\*) pour la simulation des défauts de forme, les FTM tolérancées sont à prendre avec précaution dès lors qu'on s'écarte de plus de 15% de la FTM théorique

(\*) IRR simule les défauts de planéité comme relevant de l'astigmatisme, ce qui exclut les effets de bord (Z9 et +), les déformations en trefoil dues au supportage (Z10), les HF, etc. C'est aussi une hypothèse dangereusement optimiste si on considère que les astigmatismes peuvent se compenser

# EXEMPLE DE DIFFÉRENTIATION SELON LES ABERRATIONS

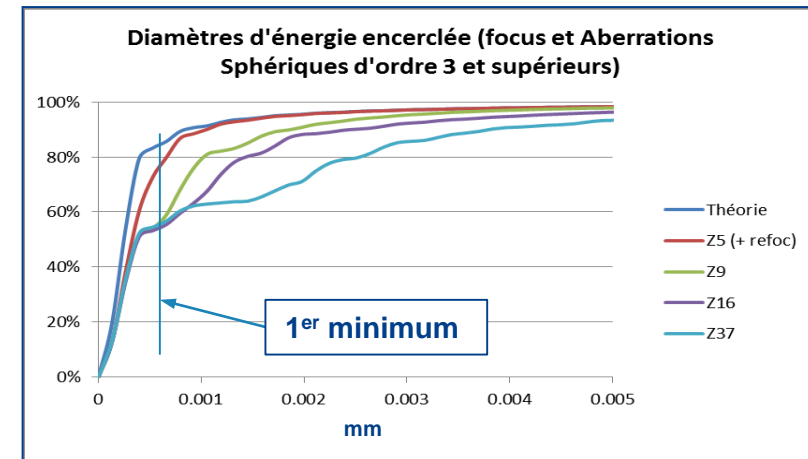
→ On a vu que les basses fréquences sont plus pénalisées par l'aberration sphérique que par l'astigmatisme

- C'est dû à la grande extension latérale de la PSF de Z9
  - Les pentes variant en  $h^3$ , l'énergie perdue dans le pic central passe directement jusqu'au 2<sup>ème</sup> anneau
- Pour l'astigmatisme, les PSF restent plus concentrées autour du pic central : les pentes ne varient qu'en  $h$
- Sur les courbes d'énergie encerclée à 80% (ci-dessous, en rouge), celle du Z5 est à peine affectée



→ Considérons les courbes d'Énergie Encerclée des aberrations sphériques d'ordre 3 (Z9), 5 (Z16) et 7 (Z37) à iso WFE ( $0.1 \lambda$ -RMS)

- Il faut aller d'autant plus loin dans la PSF que l'ordre est élevé (pentes en  $h^3$ ,  $h^5$ ,  $h^7$ , etc.) : l'EE80% du Z37 (en bleu ciel) est catastrophique
  - Le 1<sup>er</sup> minimum (cf. les inflexions dans les courbes) est respecté par les aberrations sphériques. Il est *gommé* dans le cas de l'astigmatisme



**/03/**

# Tolérancement des défauts de forme de moyenne à haute fréquence spatiale

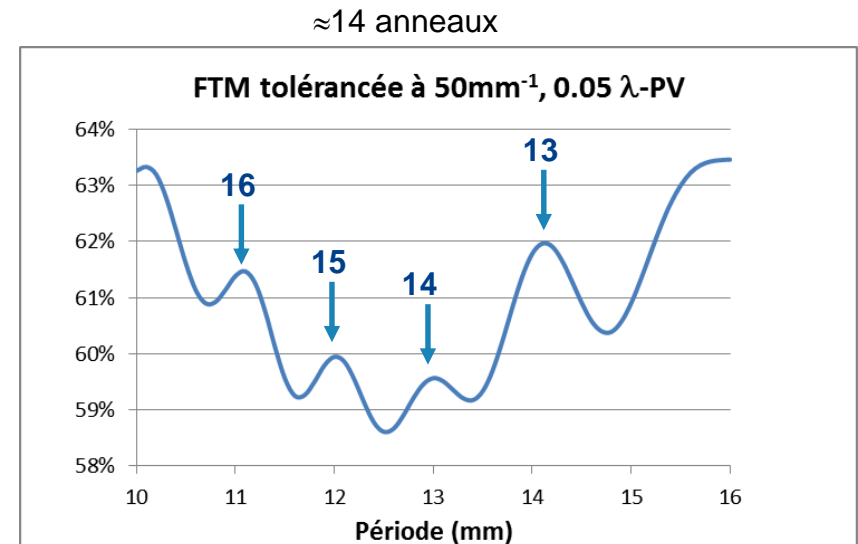
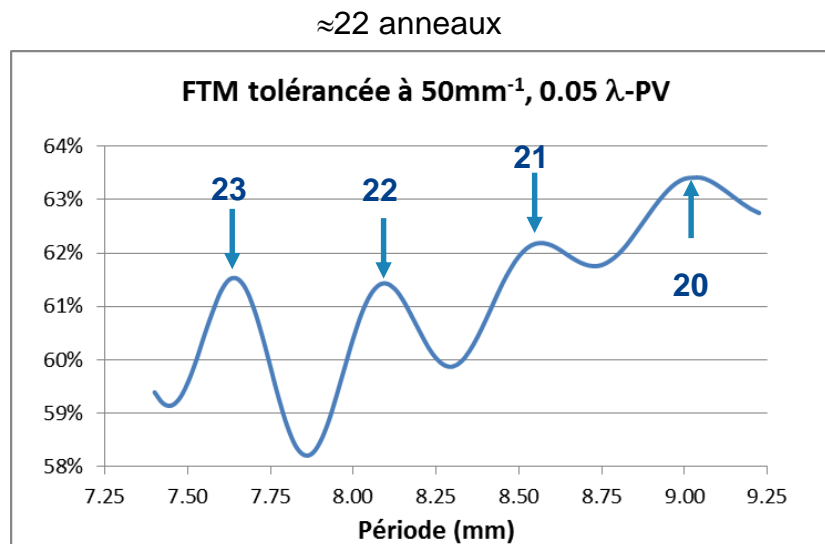
# TOLÉRANCEMENT DE PERTURBATIONS DU TYPE « RIPPLE »

## → On peut appliquer une tolérance périodique à symétrie de révolution

- Déformation de surface du type :  $S = A \cos(2\pi\rho/p)$
- Syntaxe : CODE V> RPA Sk A p

## → Résultats (EPD 180mm, F/4), configurations à 22 et 14 « anneaux »

- Les performances aux fréquences intermédiaires (ici  $50\text{mm}^{-1}$ ) sont peu sensibles à la période des perturbations (on est toujours autour de 61%)
- Les faibles ondulations correspondent à des cas où le nombre d'anneaux est entier ou non : c'est marginal

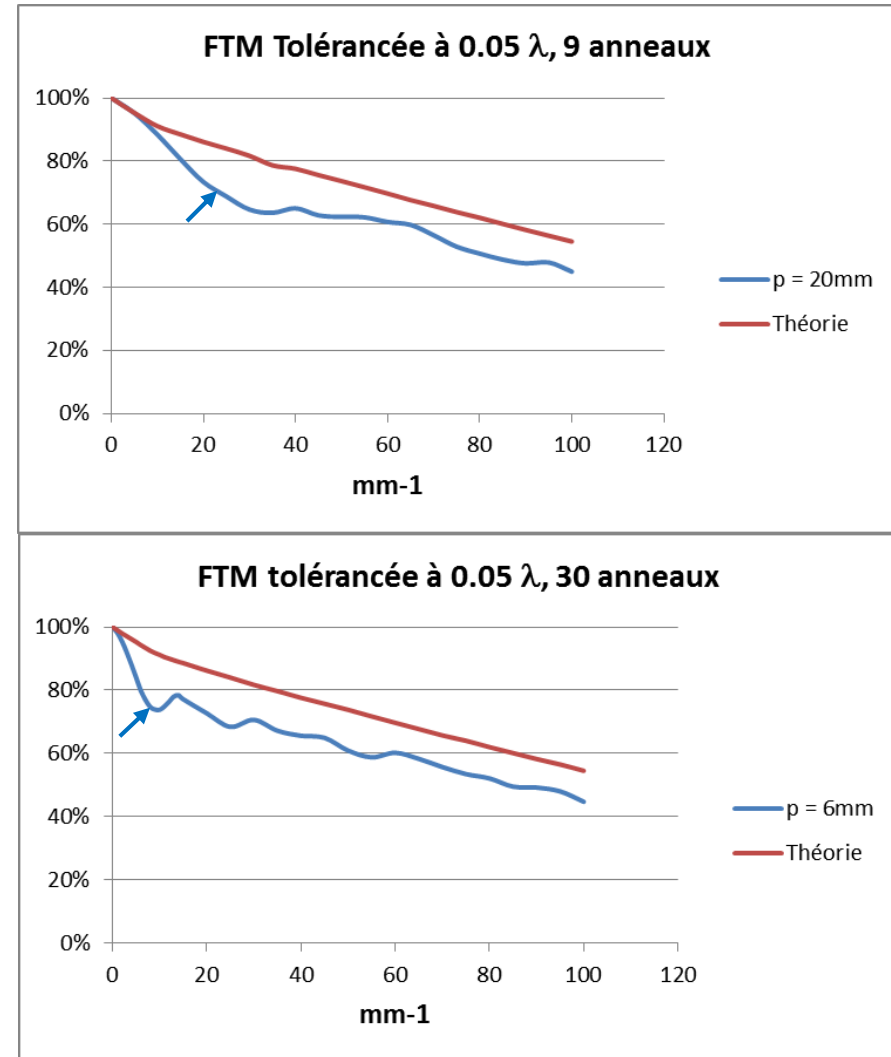


# INFLUENCE DE LA PÉRIODE SPATIALE DES « RIPPLES »

→ Les figures ci-contre illustrent la situation pour des perturbations de moyenne et haute fréquence

- WFE =  $0.05 \lambda$ -RMS
- Cas traités : 9 et 30 anneaux sur la surface

→ Globalement, les pertes de FTM sont indépendantes de la fréquence spatiale des perturbations, sauf aux très basses fréquences où on décroche d'autant plus rapidement que la période des défauts est élevée

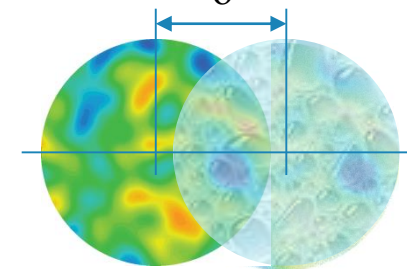
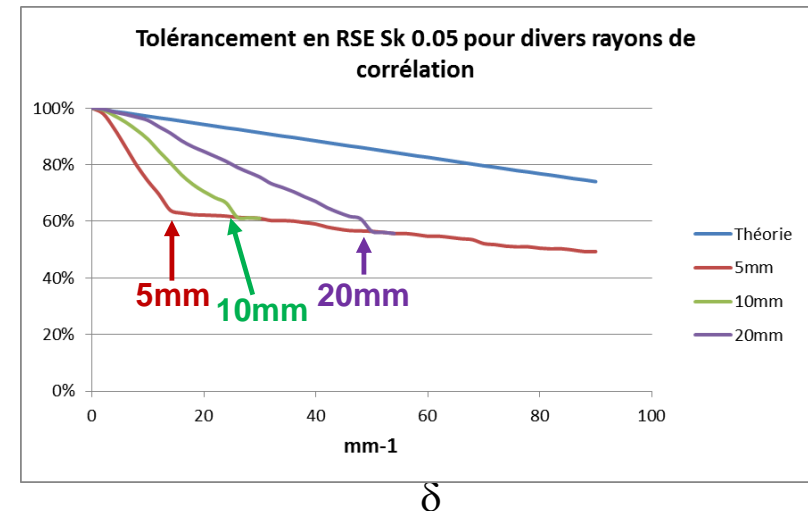
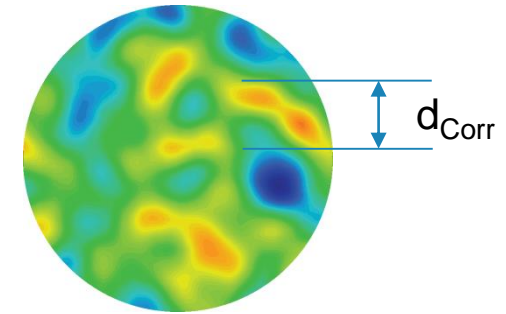


# TOLÉRANCEMENT DES PERTURBATIONS DU TYPE « RANDOM »

## → On peut aussi tolérer en perturbation de forme de type aléatoire

- La commande : `CODE V> RSE Sk WAVES RMS d_Corr` génère une tolérance de surface aléatoire caractérisée par son *amplitude RMS* et sa *distance de corrélation*  $d_{\text{Corr}}$
- Les pertes de FTM arrivent d'autant plus rapidement que la distance de corrélation est faible
- Les courbes se superposent exactement au-delà d'une certaine fréquence spatiale  $\nu_{d_{\text{Corr}}}$  qui dépend de leur  $d_{\text{Corr}}$  respectif

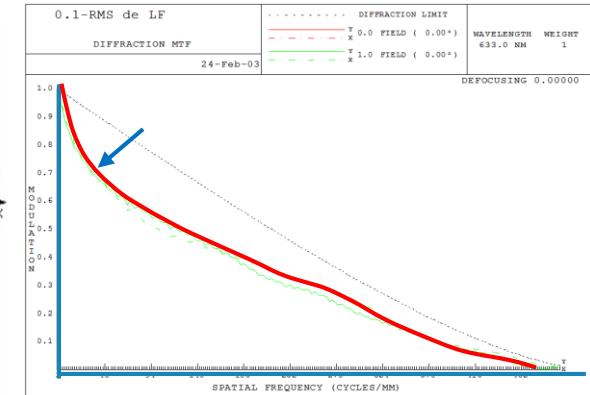
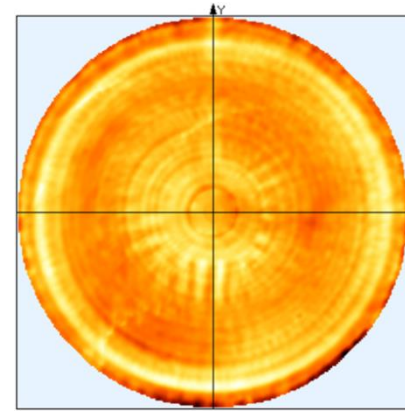
## → C'est la conséquence du fait que la FTM est l'autocorrélation de la fonction de phase dans la pupille : les courbes se superposent dès que le décalage $\delta$ entre pupilles est supérieur à la distance de corrélation $d_{\text{Corr}}$ des défauts de surface



# AUTRES EXEMPLES LIÉS AUX HAUTES FRÉQUENCES SPATIALES DANS LA PUPILLE

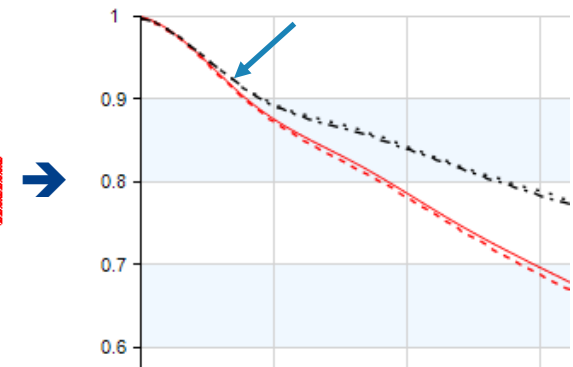
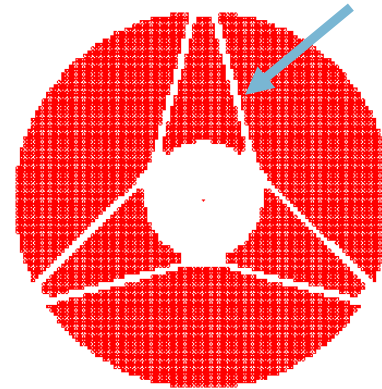
## → Le miroir M1 de l'instrument Hélios

- Les technologies de polissage de l'époque ont conduit à un taux important de défauts HF
- En conséquence, la FTM décroche dès les basses fréquences spatiales



## → Influence d'une « araignée » dans la pupille

- La FTM chute rapidement de quelques points dès lors que les lames ne sont plus superposées dans l'autocorrélation (c'est-à-dire quelques mm vs. toute la pupille)



# CONCLUSION SUR LES PERTURBATIONS DE TYPE RIPPLE/ALÉATOIRE

## → La correspondance FTM vs. Ecart Aberrant-RMS est à considérer avec prudence au-delà de $0.1 \lambda$ -RMS

- Au-delà de cette valeur, la distribution des défauts de forme selon leur fréquence spatiale (BF à HF), polynômes de Zernike d'ordre bas à élevé, ripple et/ou random, etc. doit être prise en compte
  - Typiquement, c'est le cas où on perd plus de 15% de FTM aux fréquences intermédiaires
  - La prise en compte « rustique » par CODE V des défauts de forme (**IRR**) en cylindre (Z5/Z6) rend cette problématique d'autant plus pertinente
  - Le tolérancement ZEMAX distribue à égalité les défauts de formes entre aberration sphérique et astigmatisme : la question n'est donc pas triviale

## → Dans cette limite, et sauf aux très basses fréquences spatiales(\*), il n'y a pas lieu de gérer les défauts en « Ripple/Random » autrement que comme les défauts « classiques » en BF

- (\*) soit  $d$  la distance de corrélation des défauts de forme sur un diamètre  $D$  : la perte de FTM est indifférente à  $d$  dès que  $v/v_{lim} > d/D$ . Par exemple, dans le cas d'une araignée d'épaisseur 2mm pour un M1 de 100mm, sa contribution à la perte de FTM est prise en compte dès  $v_{lim}/50$



# ANNEXE : UN CRITÈRE SIMPLE DE QUALITÉ OPTIQUE, LE FACTEUR « Q »

→ Dans un système complexe, il est commode d'exprimer les FTM des sous-systèmes sous la forme :  $FTM_i(\nu) = FTM_{\text{Diffraction}}(\nu)^{Q_i}$

- Cela permet d'homogénéiser l'expression des FTM des divers contributeurs, et d'en déduire facilement la FTM système (contributions de l'atmosphère, des optiques, du capteur, de la plateforme, etc.)
- En mode incohérent la FTM système est le produit des FTM individuelles

$$FTM_{\text{Système}} = FTM_1 \cdot FTM_2 \cdot FTM_3 \cdot \dots = FTM_{\text{Diffraction}}^{Q_1+Q_2+Q_3+\dots} = FTM_{\text{Diffraction}}^Q$$

→ Les exigences système définissent le facteur Q global : procéder au *budget de performances système*, c'est allouer à chaque sous-système i son propre facteur  $Q_i$

Dans la limite des faibles aberrations, ce formalisme est pertinent dans une grande plage de fréquences

